

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической  
и учебной работе

 Е.И. Скафа

29 апреля 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ МЕРЫ И ИНТЕГРАЛА»**

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа: бакалавриат

Квалификация: Академический бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная  
нужное подчеркнуть

Донецк 2020

**УТВЕРЖДАЮ:**

Декан факультета математики  
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«10» апреля 2020г.



Программа учебной дисциплины «Теория меры и интеграла» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.; учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Профессор кафедры математического анализа  
и дифференциальных уравнений

В.П. Заставный

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от «09» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической  
комиссии факультета

Л.И. Селякова

## 1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Теория меры и интеграла» относится к вариативной части профессионального блока.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Математический анализ;
- Алгебра;
- Топология.

и формирует основу для освоения дисциплин:

- Функциональный анализ;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Математические модели в естественных науках;
- Спецкурсы.

## 2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Общий	
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	бакалавр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Вариативная часть профессионального блока	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 5 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	2,5	
Год подготовки	3	
Семестр	5	
Количество часов	90	
- лекционных	36	
- практических, семинарских	18	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	36	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	5	
в т.ч. аудиторных	3	

## 3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели и задачи

**Цель** – овладение теоретическими положениями и некоторыми применениями теории меры и интеграла Лебега; знакомство с пространствами интегрируемых функций; получение теоретической базы для применения интеграла Лебега в других математических теориях;

развитие навыков логического и аналитического мышления и подготовка к профессиональной деятельности.

**Задачи** — Изучить классы множеств, свойства меры, внешнюю меру, множества, измеримые по Каратеодори, меру Лебега, меру Лебега-Стилтьеса, измеримые отображения и функции, свойства и методы вычисления интеграла Лебега, Лебега-Стилтьеса, предельный переход под знаком интеграла, функции ограниченной вариации, абсолютно непрерывные функции.

**Требования к результатам освоения дисциплины.** Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки (профилю):

**а) общекультурных (ОК):** способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

**б) общепрофессиональных (ОПК):** способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

**в) профессиональных (ПК):**

**научно-исследовательская деятельность:** способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

**производственно-технологическая деятельность:** способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучаемого явления (ПК-6);

**организационно-управленческая деятельность:** способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

**В результате изучения учебной дисциплины студент должен:**

**Знать:**

- Основные понятия теории меры, интеграла Лебега, свойства измеримых и интегрируемых функций, измеримых множеств, основные утверждения о сходимости последовательности интегралов и измеримых функций;
- Формулировки теорем, перечисленных в программе, уметь доказывать сформулированную теорему четко, аргументируя все выводы ссылками на известные факты или теоремы.

**Уметь:**

- Вычислять значения меры Лебега-Стилтьеса и интеграла Лебега в разных случаях;

- Обосновать предельный переход под знаком интеграла Лебега;
- Исследовать последовательность функций на сходимость почти всюду и по мере Лебега;
- Находить вариацию функции.

**Владеть:**

- Навыками решения стандартных задач по ТМИ.

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В курсе дисциплины «Теория меры и интеграла» предусмотрены лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках самостоятельной работы студенты отрабатывают и закрепляют навыки решения задач по материалу курса, выполняют индивидуальные работы, а также изучают дополнительную литературу.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
<b>Содержательный модуль 1.</b>	
<b>Тема 1. Мера.</b>	Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств. Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субаддитивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори). Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в $\mathbf{R}^n$ .
<b>Тема 2. Измеримые функции.</b>	Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции. Свойства измеримых функций. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса. Критерий измеримости в терминах простых функций.
<b>Тема 3. Интеграл.</b>	Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае. Свойства интеграла Лебега. Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега). Сравнение интегралов Римана и Лебега. Пространства $L_p$ (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами $L_p$ при разных $p$ ). Связь между разными типами сходимости в $L_p$ .
<b>Тема 4. Классы функций.</b>	Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства. Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов $AC[a,b]$ и $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.

## Тематический план

Содержательный модуль 1												
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов											
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения					
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа
Тема 1. Мера.	23	9	5		9							
Тема 2. Измеримые функции.	22	9	4		9							
Тема 3. Интеграл.	23	9	5		9							
Тема 4. Классы функций.	22	9	4		9							
Итого по содержательному модулю 1	90	36	18		36							

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Учебный материал дисциплины “Теория меры и интеграла” сгруппирован вокруг следующих тем: мера, измеримые функции, интеграл, классы функций.

Изучение дисциплины опирается на курсы “Математический анализ”, “Линейная алгебра”, “Топология” и, в свою очередь, доставляет необходимый аппарат для решения задач по курсам “Функциональный анализ”, “Теория вероятностей”.

Практические занятия проходят в форме практикума по решению задач. Во время занятия преподаватель демонстрирует подробное решение нескольких типов задач по данной теме далее в процессе коллективного обсуждения студенты решают подобные задачи. На практических занятиях проводятся различные формы контроля знаний студентов (контрольная и самостоятельные работы, устный опрос). Темы практических занятий и основные типы задач, решаемых на этом занятии должны быть в свободном доступе для студентов, то есть находиться на кафедре в печатной либо электронной форме.

При подготовке к практическому занятию студентам рекомендуется повторить лекционный материал по соответствующей теме.

### Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств.	2

2	Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субтрактивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Классы мер.	2
3	Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори).	2
4	Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры.	2
5	Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в $\mathbf{R}^n$ .	2
6	Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции.	2
7	Свойства измеримых функций.	2
8	Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса.	2
9	Критерий измеримости в терминах простых функций.	2
10	Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае.	2
11	Свойства интеграла Лебега.	2
12	Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега).	2
13	Сравнение интегралов Римана и Лебега.	2
14	Пространства $L_p$ (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами $L_p$ при разных $p$ ).	2
15	Связь между разными типами сходимости в $L_p$ .	2
16	Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана.	2
17	Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.	2
18	Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов $AC[a, b]$ и $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.	2
	<b>ВСЕГО</b>	<b>36</b>

### Темы практических занятий

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств.	1
2	Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субтрактивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Классы мер.	1
3	Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори).	1

4	Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры.	1
5	Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в $\mathbf{R}^m$ .	1
6	Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции.	1
7	Свойства измеримых функций.	1
8	Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса.	1
9	Критерий измеримости в терминах простых функций.	1
10	Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае.	1
11	Свойства интеграла Лебега.	1
12	Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега).	1
13	Сравнение интегралов Римана и Лебега.	1
14	Пространства $L_p$ (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами $L_p$ при разных $p$ ).	1
15	Связь между разными типами сходимости в $L_p$ .	1
16	Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана.	1
17	Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.	1
18	Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов $AC[a, b]$ и $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.	1
	<b>ВСЕГО</b>	18

## 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов заключается в выполнении ими домашних работ, индивидуальных заданий, изучению ими ряда тем, используя соответствующую литературу. Самостоятельная работа организована следующим образом:

1. В начале семестра каждому студенту выдаются 2 индивидуальных задания, которые они должны решить дома. Преподаватель в специально отведенное время проводит консультации, составляет график сдачи этих заданий. Сдача индивидуальных заданий способствует усвоению курса.
2. Преподаватель определяет список отдельных разделов курса, которые студенты самостоятельно должны изучить более глубоко. Они могут использовать как основную, так и дополнительную литературу. Контроль за этим видом самостоятельной работы осуществляется на модульном контроле, вопросы к которому раздаются студентам в начале



семестра. С возникающими в процессе изучения этих тем вопросами, студенты могут обратиться к преподавателю во время консультаций.

**Организация самостоятельной работы студентов**  
(соответственно данным в таблице тематического плана)

<b>№ n/n</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств.	2
2	Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субтрактивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Классы мер.	2
3	Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори).	2
4	Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры.	2
5	Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в $\mathbf{R}^m$ .	2
6	Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции.	2
7	Свойства измеримых функций.	2
8	Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса.	2
9	Критерий измеримости в терминах простых функций.	2
10	Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае.	2
11	Свойства интеграла Лебега.	2
12	Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега).	2
13	Сравнение интегралов Римана и Лебега.	2
14	Пространства $L_p$ (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами $L_p$ при разных $p$ ).	2
15	Связь между разными типами сходимости в $L_p$ .	2
16	Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана.	2
17	Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.	2
18	Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов $AC[a, b]$ и $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.	2
	<b>ВСЕГО</b>	36

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств.
2. Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субтрактивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Классы мер.
3. Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори).
4. Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры.
5. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в  $\mathbf{R}^n$ .
6. Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции.
7. Свойства измеримых функций.
8. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса.
9. Критерий измеримости в терминах простых функций.
10. Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае.
11. Свойства интеграла Лебега.
12. Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега).
13. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
14. Пространства  $L_p$  (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами  $L_p$  при разных  $p$ ).
15. Связь между разными типами сходимости в  $L_p$ .
16. Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана.
17. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.
18. Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов  $AC[a,b]$  и  $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.

Модульный контроль проводится в конце 5 семестра по вопросам к промежуточной аттестации.

## 8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

(образец варианта и критерии оценивания)

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет \_\_\_\_\_

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль: \_\_\_\_\_

Программа подготовки: бакалавриат

Семестр пятый

Учебная дисциплина Теория меры и интеграла

### МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

#### ВАРИАНТ №1

1. Свойства измеримых функций.

**2.** Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов  $AC[a,b]$  и  $Lip\ 1$ . Сингулярные функции.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой  
Преподаватель

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	30
2	30
<i>Всего</i>	60

### 9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

(теоретические вопросы к экзамену, образец билета и критерии оценивания)

#### Теоретические вопросы к экзамену

#### V СЕМЕСТР

- Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение, верхний и нижний пределы). Классы множеств.
- Общее понятие меры и её свойства (монотонность, субтрактивность, счетная полуаддитивность, непрерывность снизу и сверху). Классы мер. Классы мер.
- Построение меры (внешняя мера; внешняя мера, индуцированная функцией множеств; теорема Каратеодори).
- Определения полукольца и предмеры. Теорема о продолжении предмеры до меры.
- Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Мера Лебега на прямой и в  $\mathbf{R}^n$ .
- Измеримые отображения и функции. Критерий измеримого отображения. Критерий измеримой функции. Измеримость суперпозиции.
- Свойства измеримых функций.
- Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду и по мере. Теоремы Егорова, Лебега, Ф.Рисса.
- Критерий измеримости в терминах простых функций.
- Интеграл Лебега от неотрицательной, измеримой, простой функции и его свойства. Два определения интеграла Лебега от неотрицательной, измеримой функции и их эквивалентность. Определение интеграла Лебега в общем случае.
- Свойства интеграла Лебега.
- Основные теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (о монотонной последовательности, Фату, Лебега).
- Сравнение интегралов Римана и Лебега.
- Пространства  $L_p$  (неравенства Гёльдера и Минковского, линейность, полнота, всюду плотные множества, соотношения между классами  $L_p$  при разных  $p$ ).
- Связь между разными типами сходимости в  $L_p$ .
- Функции ограниченной вариации и их свойства. Теорема Жордана.

17. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.
18. Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов **AC[a,b]** и **Lip 1**. Сингулярные функции.

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль: \_\_\_\_\_

Программа подготовки: бакалавриат

Семестр пятый

Учебная дисциплина Теория меры и интеграла

**БИЛЕТ №1**

- Свойства измеримых функций.
- Теоремы Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и интеграла с переменным верхним пределом интегрирования. Описание классов **AC[a,b]** и **Lip 1**. Сингулярные функции.
- Исследовать на сходимость почти всюду и по мере:  
 $f_n(x) = \chi_{[\sqrt{n}, \sqrt{n+1}]}(x)$ ,  $X = \mathbb{R}$ ,  $\mu$  - мера Лебега.
- Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} \frac{x + x^n}{1 + x^2} d\lambda(x)$$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Экзаменатор \_\_\_\_\_

**Критерии оценивания экзамена**

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1–4	25
<b>Всего</b>	<b>100 баллов</b>

**10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

По курсу предполагается проведение промежуточной аттестации в виде одной контрольной работы, модульного контроля и экзамена. Экзамен сдают студенты с целью повышения рейтинга.

**Распределение баллов, которые могут получить студенты**

В течение семестра обучающийся может заработать баллы за следующие виды деятельности: индивидуальные задания 1 и 2 - максимум по 5 баллов, контрольная работа - максимум 25 баллов (оценивается правильность и полнота решения 7 примеров), модульная контрольная работа по теоретическим вопросам - максимум 60 баллов, активность на занятиях - максимум 5 баллов. Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов. В билете 2 теоретических вопроса и 2 стандартные задачи. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ

**Шкала соответствия баллов национальной шкале**

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
<b>A</b>	90-100	5 (отлично)	зачтено
<b>B</b>	80-89	4 (хорошо)	зачтено
<b>C</b>	75-79	4 (хорошо)	зачтено
<b>D</b>	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
<b>E</b>	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
<b>FX</b>	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
<b>F</b>	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

## 11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных досками, партами.

## 12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<b>Основная литература</b>			
1.	Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла, К.: Виц. Шк. 1989.-152с.	50	-
2.	Радбель Н.И. Теория меры и интеграла, (методическое пособие), Донецк, ДонНУ, 2006, 39с.	29	-
3.	Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа, М.: Наука, 1981, 543с.	62	-
<b>Дополнительная литература</b>			
4.	Городецкий В.В., Нагнибида Н.И., Настасиев П.П., Методы решения задач по функциональному анализу. К.: Вища Школа, 1990, 479с.	62	-

5.	Гихман И. И. Введение в общую теорию меры и интеграла. К., Донецк: «Вища школа», 1971—172с.	16	-
6.	Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. - М.: ГИТЛ, 1974,-480с.	59	-

### 13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспекты лекций, тексты индивидуальных заданий, книги в электронном виде находятся по ссылке: <https://sites.google.com/site/gruppamatfak/>

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> —учебники и другие книги по математике;

<http://ilib.mccme.ru/> —интернет-библиотека Виталия Арнольда;

<http://techlibrary.ru/> —техническая библиотека;

<http://donnu.ru/science/journals> —научные журналы ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»;

<http://mondnr.ru/> — Министерство образования и науки Донецкой Народной республики;

<http://resobrnadzor.ru/> — Республиканская служба по контролю и надзору в сфере образования и науки;

<https://miktex.org/> — официальный сайт свободно распространяемой настольной издательской системы MiKTeX;

<https://www.sumatrapdfreader.org/free-pdf-reader.html> — сайт Sumatra PDF;

<http://www.winedt.com/> — официальный сайт текстового редактора WinEdt;

<https://inkscape.org/> — официальный сайт свободного инструмента для работы с векторной графикой Inkscape;

<https://www.wolframalpha.com/> — сайт проекта WolframAlpha;

<http://old.exponenta.ru/soft/Maple/Maple.asp> — образовательный ресурс по Maple.

### 14. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);

2. MicrosoftOffice (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);

3. MicrosoftVisualStudio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);

4. Лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения: FreeLab, Scilab, R Studio, Python, Eclipse, FreePascal, TriesMode, Prolog, Антивирус Касперского, LinuxFedora, LibreOffice, AdobeAcrobatReader, xPDF, Blender, КОМПАС-3D LT, Paint.NET, Gimp.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20\_\_\_\_\_ год.

Протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_